Lycée Mohamed Ali
El Hamma
A. S: 2009/2010

Devoir De Contrôle N°1
Mathématiques

Prof.: Hamdi T.

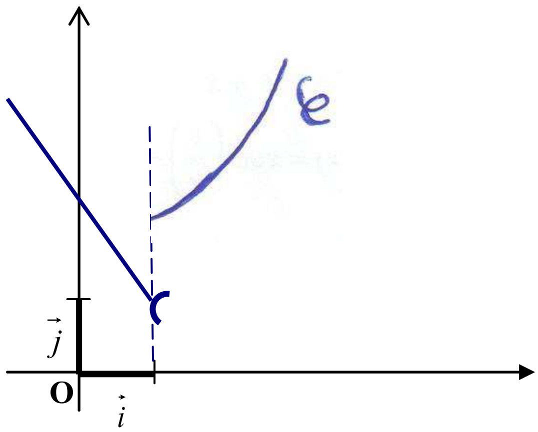
Classe: $4^{ème}$ Sc T

Exercice n°1:

Choisir la réponse exacte parmi les propositions indiquées:

A/ Analyse:

1/ Dans la figure ci-contre ζ désigne la courbe d'une fonction f alors on a:



a/ f est continue à droite en 1.

b/ f est continue à gauche en 1.

c/ f ni continue à droite, ni à gauche en 1.

2/ $\begin{cases} f(x) = x^2 - 4x + 3 & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = \alpha x + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$

Pour que f soit continue en 1 il faut que :

a/ $\alpha = 0$ **b/** $\alpha = -1$ **c/** $\alpha = -2$

3/ $f(x) = x \sin\frac{1}{x}$ si $x \neq 0$.

Alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ est égal :

a/ 0 **b/** 1 **c/** $+\infty$

B/ Géométrie:

1/ La forme algébrique de $Z = \dfrac{5+3i}{1+i}$ est:

a/ $4 + i$ **b/** $4 - i$ **c/** $-4 - i$

2/ Soit A et B les points d'affixes respectives 2i et -2i dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ alors l'ensemble des points M d'affixe z tel que :

|z + 2i| = |z − 2i|.

a/ l'axe des abscisses **b/** l'axe des ordonnées **c/** le cercle

3/ Soit z = $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$; alors la mesure algébrique de z est:

a/ $1 - i\sqrt{3}$ **b/** $-1 + i\sqrt{3}$ **c/** $-1 - i\sqrt{3}$

Exercice n°2:

On considère la fonction f définie comme suit:

$$\begin{cases} f(x) = x^3 + x & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) + 2x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1/ a/ Montrer que pour $x > 0$ on a $2x^2 - x \leq f(x) \leq 2x^2 + x$

b/ Déduire $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

c/ Etudier la continuité de f en 0.

d/ Etudier la continuité de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$, en déduire le domaine de continuité de f.

2/ Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

3/ Montrer que l'équation f(x) = -7 admet une unique solution α sur]-2, -1[

(On pourra considérer g: $x \mapsto f(x) + 7$ sur [-2, -1])

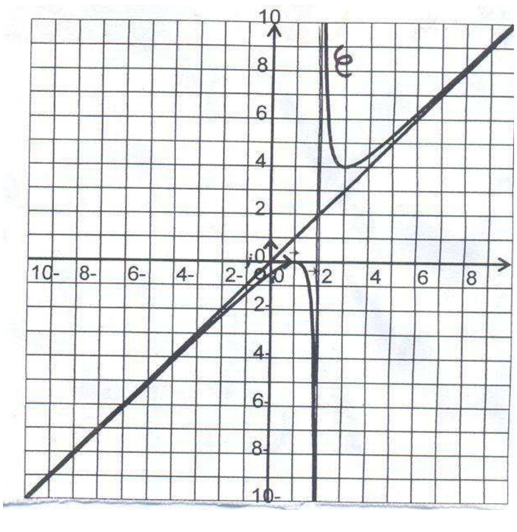
Exercice n°3:

Dans le graphique ci-contre ζ désigne la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Par lecture graphique:

1/ Déterminer D_f; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$,

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} [f(x) - x]$, $\lim\limits_{x\to -\infty} [f(x) - x]$.



2/ Dresse le tableau de variation de f.

3/a/ Déterminer f(]-∞, 1]) ; f(]2, 3[)

b/ Déterminer le nombre de solution de l'équation f(x) = 3 en justifiant la réponse.

4/ Sachant que f(x) = $\frac{x^2-2x+1}{x-2}$

a/ Retrouver les résultats de 1/ a/ et b/.

b/ Résoudre l'équation f(x) = 3.

<u>Exercice n°4:</u>

Dans tout l'exercice le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1/ Soit A, B et C les points d'affixes respectives 2 ; -1 + i$\sqrt{3}$; - 1 - i$\sqrt{3}$.

a/ Placer les points A, B et C dans le plan.

b/ Déterminer l'affixe du point I milieu de [BC].

c/ Montrer que ABC est un triangle équilatéral.

d/ Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD est un losange.

2/ On donne m = $\sqrt{2}e^{i\alpha}$.

z' = $\frac{1+i}{\sqrt{2}e^{i\alpha}}$; z" = $\frac{1-i}{\sqrt{2}e^{i\alpha}}$

a/ Montrer que z' = $e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}$ et z" = $e^{-i\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}$.

b/ Soit M', M" et M les points d'affixes respectives z', z" et z' + z".

Montrer que OM' = OM" et que $\overrightarrow{OM'} \perp \overrightarrow{OM''}$.

c/ Montrer que OM'MM" est un carré.